

Lavori virtuali e principio conservativo nel *Mechanicorum Liber* di Guidobaldo del Monte

Davide Pietrini¹

¹ Università degli Studi di Urbino ‘Carlo Bo’, davide.pietrini@uniurb.it

Abstract: From a historical point of view, the principle of virtual work and the so-called “principle of conservation” follow different paths. Some authors identified a first statement of the principle of virtual works in pseudo-Aristotle’s *Mechanical Problems*. The principle of virtual work was defined by Bernoulli in this way: “for a system of forces that maintains a point, a surface, on a body in equilibrium, the sum of positive energies equals that of negative energies, considered with their absolute value”. According to some authors, we can find signs of the “principle of conservation” in Galileo Galilei’s *Mechanics*: “that whatever is gained in force by their means is lost in time and in speed”. In Guidobaldo del Monte’s *Mechanicorum Liber* the concept of virtual work and the relation of compensation of force, time, weight and space seem to be connected. In this essay, I will investigate this connection. Firstly, I present the well-known statements about the roots of the principle of virtual works and the “principle of conservation”. Secondly, I will examine the procedures used by Guidobaldo to study the behaviour of simple machines in equilibrium. Finally, I will analyse the relation between the equilibrium conditions of systems subjected to constraint reactions and the compensation process that allows the increase of force in the simple machines.

Keywords: Mechanics, Guidobaldo del Monte, Principle of conservation, Principle of virtual work.

1. Introduzione

J. L. Lagrange nella sezione sulla statica della *Mécanique analytique* attribuisce a Guidobaldo del Monte una prima intuizione del principio dei lavori virtuali.

Je viens enfin au troisième principe, celui des vitesses virtuelles [...] Pour peu qu’on examine les conditions de l’équilibre dans le levier et dans les autres machines, il est facile de reconnaître cette loi, que le poids et la puissance sont toujours en raison inverse des espaces que l’un et l’autre peut parcourir en même temps: cependant il ne paraît pas que les anciens en aient eu connaissance. Guido Ubaldi est peut-être le premier qui l’ait aperçue dans le levier et dans les poulies mobiles ou moufles (Lagrange 1811-1815, I, p. 20).

Nel passo appena citato, Lagrange afferma che gli antichi non erano a conoscenza di tale principio e che Guidobaldo è stato il primo a intuirlo. Gli studi successivi sulla statica e sull’evoluzione dei concetti scientifici hanno però posto in evidenza la problematicità di questa attribuzione, proponendo di collocare una prima intuizione del principio dei lavori virtuali molto più indietro nel tempo, in particolare alle pagine del trattato *Questioni meccaniche*. L’opera, a lungo associata al nome di Aristotele, è attualmente attribuita a un allievo del filosofo greco, chiamato convenzionalmente pseudo-Aristotele. Nonostante le numerose ricerche sulla storia delle origini del principio dei lavori virtuali, ritengo sia ancora stimolante, almeno come esercizio di comprensione e di riflessione, confrontarsi con la famosa asserzione di Lagrange, ma anche esaminare che tipo di legame unisce il concetto di lavoro virtuale con l’idea galileiana di conservazione. Mi spiegherò meglio nelle pagine successive.

Divido il saggio nel modo seguente. Inizio presentando una breve rassegna delle affermazioni più note sulle radici del principio dei lavori virtuali. Segue poi una parte dedicata al principio conservativo che trapela dalle pagine galileiane. Per principio conservativo intendo l'assunzione secondo cui tramite le macchine possiamo ottenere la moltiplicazione della forza senza un processo creativo *ex novo* ma mediante una trasformazione di tipo compensativo delle grandezze coinvolte. Nella parte centrale del saggio esamino le pagine del *Mechanicorum Liber* di Guidobaldo del Monte (1577) da cui emergono i concetti di lavoro virtuale e la nozione galileiana di conservazione, nonché la loro connessione. Preciso fin da subito che nel *Mechanicorum Liber* tali idee non sono poste come principi, in quanto non ambiscono ad avere una valenza generale, ma sono solo concetti embrionali collocati soprattutto nei corollari, quindi esposti specificatamente nell'ambito dell'analisi di macchine specifiche.

2. Principio dei lavori virtuali

Cosa si intende per principio dei lavori virtuali? Vediamo la definizione di Amaldi e Giorgi:

Il principio dei lavori virtuali (detto anche delle velocità virtuali [...]) è un enunciato generale di statica che riunisce in sé e sostituisce le singole leggi sull'equilibrio dedotte dall'esperimento, ed esprime nella forma più generale la condizione per l'equilibrio (Amaldi & Giorgi 1933).

Alla base del principio dei lavori virtuali vi è l'idea che in un sistema in equilibrio le forze che agiscono si bilanciano. Se si interviene in questo sistema in equilibrio producendo un piccolo movimento qualsiasi, in virtù del quale ciascun punto percorrerà uno spazio infinitamente piccolo tale da esprimere la sua velocità virtuale, allora la somma delle forze, moltiplicate ciascuna per lo spazio percorso dal loro punto di applicazione in direzione della forza stessa, sarà sempre uguale a zero. Quindi per virtuale si intende un movimento potenziale e non effettivo che non incide sull'equilibrio del sistema, in quanto i carichi e le reazioni vincolari si compensano. Mentre per velocità virtuale si intende la velocità che un corpo avrebbe se l'equilibrio cessasse di esistere. Direttamente connesso al principio dei lavori virtuali è il concetto di *spostamento virtuale*. Per spostamento virtuale si intende ogni spostamento infinitesimo di un punto *P* compatibile, non con i vincoli, ma con la configurazione da essi assunta in un certo istante. Se prendiamo il caso della leva, allora l'equilibrio è mantenuto quando i prodotti dei pesi per i rispettivi spostamenti sono uguali. Tra velocità e spostamento vi è una sottile ma precisa differenza. La legge delle velocità virtuali presuppone che gli effetti delle forze dipendano dalle velocità virtuali dei loro punti applicazione. Invece, gli spostamenti virtuali presuppongono che gli effetti delle forze dipendano dallo spostamento virtuale dei loro punti applicazione (Capecchi 2012, p. 1).

Una gloriosa tradizione storiografica ha scorto una primordiale intuizione del principio dei lavori virtuali nelle due opere aristoteliche: la *Fisica* (Libro 7, § V) e le *Questioni meccaniche* (Quesito III). Raffaello Caverni nella sua monumentale *Storia del metodo sperimentale in Italia* (1891-1900, vol. IV, cap. III), commentando il brano di Lagrange già citato, riporta un passo galileiano in cui lo stesso toscano individua una prima formulazione del principio nelle *Questioni meccaniche*. Anche Pierre Duhem (1905, p. 8) vede nelle *Questioni meccaniche* “il seme da cui germoglieranno le potenti ramificazioni del Principio delle Velocità Virtuali nei prossimi venti secoli”. Giovanni Vailati (1911, pp. 96-97) è ancora più deciso: “[I]a conclusione che si può trarre dai brani che ho citati [tratti dalle *Questioni meccaniche*] mi sembra si possa riassumere dicendo che, nello scritto di cui parliamo, il principio dei lavori virtuali è enunciato, od applicato”. Amaldi e Giorgi (1933), allo stesso modo, ritengono che il padre del principio dei lavori virtuale sia Aristotele. Edoardo Benvenuto (1991) individua una primordiale intuizione del principio sia nelle *Questioni meccaniche* sia nella *Fisica*. Era

dello stesso parere anche René Dugas (1955, p. 20).¹

Recentemente però D. Capecchi, nel suo importante *History of virtual work laws* (2012), ha espresso un sospetto, già peraltro segnalato da G. Micheli (1995, p. 85). Capecchi (2012, p. 3) ricorda che in nessun luogo delle *Questioni meccaniche* l'autore usa la parola o il concetto di equilibrio, nozione che dovrebbe essere alla base del principio dei lavori virtuali. Al massimo l'equilibrio può essere determinato in chiave dinamica come risultato dell'annullamento di effetti di forze opposte. Il primo ad assumere consapevolmente il principio delle velocità virtuale secondo una connotazione dinamica fu Galileo, mediante l'introduzione del concetto di momento.

Vediamo ora il Quesito III delle *Questioni meccaniche*. Il tema centrale della questione è comprendere come un peso Γ possa essere sollevato da una forza Δ di debole entità. Quindi il nucleo della *quaestio* non è esaminare le condizioni di equilibrio di una leva, ma comprendere la causa della variazione dallo stato di equilibrio. Questo modo di trattare il problema della leva prelude a un approccio dinamico del problema dell'equilibrio, il quale consiste nel rappresentare matematicamente il movimento come il susseguirsi di piccoli e numerosi spostamenti dall'equilibrio. Nell'opera pseudoaristotelica la causa dello spostamento del braccio della leva è ricondotta alla quarta contrarietà del cerchio. Possiamo notare che la causa di tale fenomeno meccanico individuata dall'autore delle *Questioni meccaniche* è distante dall'odierna nozione di principio dei lavori virtuali, che è intesa piuttosto come somma di ipotetici lavori infinitesimi che le forze eseguirebbero se il sistema effettuasse la variazione considerata.

3. Principio conservativo

Secondo S. Drake, Galileo fu il primo a percepire chiaramente l'idea che le macchine semplici non sono in grado di creare forza ma solo di trasformare il suo modo di applicazione (Drake 1960, pp. 139-140). Tale principio, che può essere definito conservativo, è direttamente correlato all'idea della naturalità delle operazioni meccaniche e può essere condensato nella famosa asserzione galileiana contenuta nella versione lunga de *Le Meccaniche*: “quanto si guadagna in forza per mezzo loro [delle macchine semplici], altrettanto si scapita nel tempo e nella velocità” (Galilei 2002, p. 73).² Nell'ambito delle riflessioni galileiane sul funzionamento delle macchine, l'assunzione che non ci sia generazione di forza dal nulla negli strumenti meccanici assume connotati generali ed è applicabile a tutte le macchine semplici (Micheli 1995, p. 148).³ Alcuni autori sostengono che tale concetto esprima una embrionale idea del principio di conservazione dell'energia (Drake 1960, pp. 139-140 e cfr. i riferimenti in Camerota & Helbing 2000, p. 193). Per conservazione dell'energia si intende il principio secondo cui in un sistema isolato (un sistema non soggetto a forze esterne), in cui agiscono solo forze conservative, l'energia meccanica si conserva. Il principio di conservazione dell'energia sembra essere maturato in un contesto storicamente distinto rispetto a quello in cui si è sviluppato il principio dei lavori virtuali. Anche se, seguendo Giorgio Cagliari, è pur vero che “[i]l principio della conservazione dell'energia trova applicazione anche nello studio di problemi statici, sotto il nome di principio dei lavori virtuali” (Cagliari 2012).⁴ Al fine di evitare fraintendimenti dovuti a possibili implicazioni

¹ È opportuno precisare che chi è arrivato a comprendere il principio nella sua interezza, e a riconoscerlo come fondamentale per tutta la statica, è G. Bernoulli che lo indicò a P. Varignon in una lettera del 1717[?]. Sulla datazione della lettera si cfr. Capecchi & Drago (2005, p. 130).

² Cfr. anche quanto Galileo scrive nella de *Le Meccaniche*: “che quanto noi ci serviamo di fatica usando la lieva, tanto per l'opposito consumiamo più di tempo; e quanto sarà minore la forza del peso, tanto sarà maggiore lo spazio per lo quale si moverà la forza dello spazio in cui si muove il peso” (Galilei 2002, p. 7) e nella versione lunga de *Le Meccaniche*: “quanto si guadagna in forza, tanto perdersi in velocità” (Galilei 2002, p. 61).

³ Cfr. anche Galilei (2002, pp. 45-46).

⁴ Questa connessione è stata fatta notare anche da D'Alembert: “Scolie General.172. Il résulte de tout ce que nous avons dit jusqu'à présent, qu'en général la conservation des forces vives dépend de ce Principe, que quand des puissances se sont

anacronistiche di carattere storico-scientifico pensiamo sia storicamente più corretto connotare l'assunto galileiano come *principio compensativo*, dal momento che la nozione di principio conservativo presuppone la nozione di energia (Camerota & Helbing 2000, pp. 192-198).

4. Il *Mechanicorum Liber* di Guidobaldo del Monte

Nei precedenti paragrafi ho brevemente accennato alle origini storiche del principio dei lavori virtuali e del cosiddetto principio compensativo, locuzione che pare opportuno preferire a quella di principio conservativo. In questa parte del saggio segnalo alcuni esempi tratti dal *Mechanicorum Liber* di Guidobaldo del Monte da cui si può desumere una possibile presenza di entrambi i concetti.

Il *Mechanicorum Liber*, pubblicato nel 1577 in latino e tradotto in volgare nel 1581 da Filippo Pigafetta, è un trattato di statica e ha come obiettivo mostrare il funzionamento geometrico delle macchine semplici nelle loro condizioni di equilibrio. Nel trattato sono presenti riferimenti a variabili come tempo e velocità che, sebbene siano tradizionalmente connesse allo studio del movimento, l'autore riconduce alle analisi delle condizioni di equilibrio (Del Monte 1581, p. 127v - commento di Pigafetta). Questo perché, secondo Guidobaldo, nell'indagine delle condizioni di equilibrio di una macchina è possibile riscontrare una corrispondenza tra pratica e teoria geometrica; corrispondenza che invece però vacilla quando si ha a che fare con macchine in movimento, dal momento che la prova empirica fa emergere variabili difficilmente quantificabili con gli strumenti concettuali che al tempo si possedevano. Vediamo ora in che senso possiamo dire che dalla meccanica di Guidobaldo possiamo enucleare il concetto di lavoro virtuale e l'idea che nei sistemi meccanici ci sia un processo compensativo tra grandezze coinvolte.

Inizio dai lavori virtuali. Affronto la questione partendo dai pilastri della meccanica di Guidobaldo del Monte, per poi arrivare a quelle riflessioni che hanno portato Lagrange ad attribuirgli una prima intuizione del principio dei lavori virtuali. La proposizione più importante del trattato è quella riguardante l'equilibrio indifferente (*De Libra*, Propositio IV, in: Del Monte 1577, pp. 5r-30r; *Della Bilancia*, Propositione IV, in: Del Monte 1581, pp. 5r-29r). Secondo tale proposizione se una bilancia con bracci uguali e pesi uguali applicati al termine dei bracci, avente il punto di sospensione coincidente con il baricentro C , viene spostata da una posizione orizzontale ACB a una posizione obliqua DCE , allora la bilancia rimane nella nuova posizione DCE . La condizione di equilibrio indifferente delinea un sistema isostatico, perché il numero di vincoli equivale al numero di gradi di libertà della bilancia. La spiegazione di tale equilibrio è contenuta nelle pagine seguenti e ha che fare con l'idea che la bilancia in posizione DCE sia un sistema vincolato chiuso, dove i movimenti dei pesi D ed E sono limitati dal fulcro C e dai bracci rigidi DC e CE . Pertanto, la bilancia in equilibrio non ritorna in posizione orizzontale, come volevano gli esponenti della *gravitas secundum situm*, ma rimane nella posizione in cui l'abbiamo lasciata. In realtà, secondo Guidobaldo, la bilancia, intesa come sistema chiuso, dovrebbe addirittura tendere come unico blocco verso il centro del mondo. Questo però non accade perché il fulcro e i bracci rigidi, che collegano i pesi vincolano e limitano il movimento del sistema bilancia, non permettono alla bilancia né di cadere né di ritornare nella posizione orizzontale (Del Monte 1577, pp. 19r-20v; Del Monte 1581, pp. 17r-18v). Tale condizione non è però tipica solo delle bilance aventi il baricentro coincidente con il fulcro e pesi equipesanti ed equidistanti dal fulcro, ma si verifica anche nel caso di bilance con pesi non equipesanti ed equidistanti dal fulcro (Del Monte 1577, p. 28v; Del Monte 1581, p. 26v). Nelle successive proposizioni (V e VI) della parte sulla bilancia Guidobaldo mostra che tipo di rapporto ci deve essere tra pesi e le rispettive

équilibre, les vitesses des points où elles sont appliquées, estimées suivant la direction de ces puissances, sont en raison inverse de ces mêmes puissances. Ce Principe est reconnu depuis long-tems par les Geomètres pour le Principe fondamental de l'équilibre; mais personne, que je sache, n'a encore démontré ce Principe en général, ni fait voir que celui de la conservation des forces vives en résulte nécessairement" (D'Alembert 1743, pp. 182-183).

distanze dal fulcro affinché l'equilibrio venga mantenuto. Prendiamo ora in considerazione la sezione del *Mechanicorum Liber* dedicata alla leva. Nella proposizione IV (*De Vecte*, Propositio IV, in: Del Monte 1577; *Della Leva*, Propositione IV, in: Del Monte 1581) del Monte pone in correlazione gli archi di circonferenza (FB e AE) tracciati dal peso D e dalla forza movente A posti alle estremità di una leva con le rispettive distanze dal fulcro (CB e CA). Gli archi di circonferenza (FB e AE), proporzionali ai bracci della leva (CB e CA), permettono di visualizzare la “maggiore proportione” della forza movente A rispetto al peso mosso D nel caso di rottura dell'equilibrio. Il corollario che ne consegue delinea come dobbiamo intendere tale proporzione: “Da queste cose è manifesto, che maggiore proportione ha lo spatio della possanza, che move allo spatio del peso mosso, che il peso alla medesima possanza”, il che significa che $CA : CB > D : A$, che in termini moderni diventa $CA \cdot A > CB \cdot D$. Questa proporzione è molto importante, perché mediante essa Guidobaldo spiega come possiamo stabilire la relazione tra la condizione di equilibrio, concessa dalla proporzione inversa tra forze agenti e pesi resistenti con le distanze percorse in uno stesso intervallo di tempo, e la cessazione dell'equilibrio. Queste considerazioni hanno fatto supporre a Lagrange che Guidobaldo avesse intuito il concetto di lavoro virtuale (cfr. Bertoloni Meli 2013, p. 110 e nota 9). Lo stesso approccio è impiegato anche in altre circostanze come, ad esempio, nella parte dedicata all'argano all'interno della sezione *Dell'Asse nella rota*, proposizione I. Come già segnalato da Capecchi, da questi brani sembra emergere il concetto di spostamento virtuale (Capecchi 2012, pp. 115-116).

Nelle proposizioni appena citate del Monte esplica le condizioni geometriche del principio archimedeo della leva basato sulle proposizioni 6 e 7 de *Sull'equilibrio dei piani*. A differenza dell'autore delle *Questioni meccaniche*, che aveva ricondotto i movimenti meccanici alle proprietà del cerchio, Guidobaldo riduce il comportamento delle macchine semplici al principio della leva. Possiamo individuare anche un'altra differenza: secondo l'autore delle *Questioni meccaniche* la velocità è generalmente causa del movimento, mentre nel *Mechanicorum Liber* Guidobaldo fa riferimento alla velocità in quanto conseguenza della rottura dell'equilibrio causata dalla differenza degli spostamenti dei corpi. Infatti, se sulle estremità di una leva con bracci disuguali sono posti gravi aventi lo stesso peso, allora lo spostamento del grave è direttamente proporzionale alla distanza tra fulcro e grave.

Esamino ora alcuni casi della sezione sulla carrucola (*Taglia*) nei quali si mostra che nei sistemi meccanici la forza, il peso, lo spazio e il tempo sono da intendersi secondo una relazione di proporzionalità (*De Trochlea* in: Del Monte 1577, pp. 62v-63r; *Della Taglia* in: Del Monte 1581, p. 56v). Nel paragrafo successivo, invece, analizzo alcuni corollari della sezione sull'argano (*Asse della rota*), dove il concetto embrionale di lavoro virtuale è posto direttamente in connessione con l'idea che il guadagno di forza nelle macchine semplici è dato da relazioni di compensazione (*De Axe in peritrochio* in: Del Monte 1577, p. 106v; *Dell'Asse nella rota* in: Del Monte 1581, p. 102v). Nonostante i riferimenti al tempo e alle velocità, le considerazioni di Guidobaldo, come Pigafetta precisa, rimangono sempre all'interno dell'analisi delle condizioni di equilibrio delle macchine, o almeno è questa l'intenzione dichiarata da parte dell'autore (*Della Taglia* in: Del Monte 1581, p. 64r).

Vediamo come Guidobaldo analizza il funzionamento della *Taglia*. Tale capitolo è diviso in due parti. La prima parte presenta alcuni casi di sistemi in equilibrio (*De Trochlea*, Propositio I – Propositio IX, in: Del Monte 1577; *Della Taglia*, Propositione I – Propositione IX, in: Del Monte 1581), mentre la seconda parte (*De Trochlea*, Propositio X – Propositio XXVIII, in: Del Monte 1577; *Della Taglia*, Propositione X – Propositione XXVIII, in: Del Monte 1581) è incentrata sull'analisi degli stessi casi in relazione allo spazio, al tempo e alla velocità. Serve precisare che quando Guidobaldo parla di “movere”, egli intende il movimento del peso causato dalla possanza ovvero dalla forza che mantiene o mette un corpo in movimento. Al fine di comprenderne il contenuto, formalizzo le proporzioni più significative.⁵

⁵ Ringrazio Argante Ciocci per le sue puntuali osservazioni.

1. Propositione X: Poſte le cofe iſteſſe, lo ſpatio della poſſanza, che moue il peſo, è eguale allo ſpatio dello iſteſſo peſo, che è moſſo [...] Oltre à ciò la poſſanza moue il peſo iſteſſo per iſpatio uguale in tempo uguale, tanto con la corda inuolta intorno alla girella della taglia appiccata di ſopra, quanto ſenza taglia, pur che li movimenti di eſſa poſſanza in velocità ſiano eguali (Del Monte 1581, p. 71v; cfr. Del Monte 1577, p. 76r).

Poniamo:

SF = ſpatio della poſſanza

Sp = ſpatio del peſo

F = poſſanza

p = peſo

Se $SF = Sp$ e la velocità (s/t) della poſſanza è coſtante, allora nello ſteſſo tempo $F : p = Sp : SF$

La macchina non ſarà vantaggioſa né ſvantaggioſa.

2. Propositione XI: Stando le cofe iſteſſe. Lo ſpatio della poſſanza, che moue il peſo è il doppio dello ſpatio dell'iſteſſo peſo moſſo. [...] Dapoi la poſſanza mouerà il peſo iſteſſo in tempo uguale per la metà dello ſpatio, con la corda inuolta d'intorno alla girella della taglia legata al peſo, che ſenza taglia, pur che le velocità de mouimenti di eſſa poſſanza ſiano eguali (Del Monte 1581, p. 73v; cfr. Del Monte 1577, p. 78r).

Se $SF = 2Sp$ e la velocità (s/t) della poſſanza è coſtante, allora nello ſteſſo tempo $F/2 : p = SF/2 : SF$

La macchina è vantaggioſa (la macchina è in equilibrio con la forza dimezzata).

3. Propositione XIII: Riuolgendo la corda d'intorno a due girelle di due taglie, l'vna delle quali fia di ſopra, et l'altra di ſotto, et legata al peſo, eſſendo anche l'vno de' capi di detta corda legato alla taglia di ſotto, et l'altro tenuto dalla poſſanza che moue; farà lo ſpatio corſo della poſſanza che tira, tre volte tanto quanto lo ſpatio del peſo moſſo (Del Monte 1581, p. 76v; cfr. Del Monte 1577, pp. 80v-81r).

Se $SF = 3Sp$, allora nello ſteſſo tempo $F/3 : p = SF/3 : SF$

La macchina è molto vantaggioſa (la macchina è in equilibrio con 1/3 della forza).

Le relazioni di proporzionalità tra ſpazi, tempo, peſo e poſſanza ſono ulteriormente precisate nei corollari che chiudono la propoſizione XIV (*De Trochlea*, Propoſitio XIV, Corollarium I e Corollarium II, in: Del Monte 1577, pp. 82v-83r; *Della Taglia*, Propoſizione XIV, Corollario I e II, in: Del Monte 1581, p. 79r) e la propoſizione XXVIII ſulla carrucola (*De Trochlea*, Propoſitio XXVIII, Corollarium II, in: Del Monte 1577, p. 105v; *Della Taglia*, Propoſizione XXVIII, Corollario II, in: Del Monte 1581, p. 101v).

5. Caſi di convivenza del concetto di lavoro virtuale e della nozione di compensazione galileiana nel *Mechanicorum Liber* di Guidobaldo del Monte

Nei corollari della propoſizione I della parte *Dell'Asse nella rota* Guidobaldo ſtabilisce alcune relazioni per determinare ſia le condizioni di equilibrio di una macchina ſemplice ſia le condizioni che permettono a tale macchina di eſſere moſſa con minimo ſforzo.⁶

Corollario I: Da queſte coſe è manifeſto, che coſì è il peſo alla poſſanza ſoſtenente il peſo, come lo ſpatio della poſſanza movente allo ſpatio del peſo moſſo (Del Monte 1581, p. 105r; cfr. Del Monte 1577, p. 109v).

⁶ Cfr. anche le oſſervazioni di Enrico Gamba ſul tema (Gamba 2002).

Se $SF : Sp = p : F \rightarrow$ la macchina è in equilibrio.

Corollario II: Egli è manifesto etiandio, che lo spatio della possanza movente ha sempre maggiore proportione allo spatio del peso mosso, che il peso alla stessa possanza (Del Monte 1581, p. 105r; cfr. Del Monte 1577, p. 110r).

Se $SF : Sp > p : F \rightarrow$ la macchina è in movimento.

Nel corollario a conclusione *Dell'Asse nella rota*, Guidobaldo scrive che “quanto più agevolmente si move il peso, tanto il tempo è anco maggiore; et quanto più malagevolmente, tanto il tempo essere minore, et così per lo contrario” (Del Monte 1581, p. 106r; cfr. Del Monte 1577, p. 110r). Tale corollario equivale a quello posto a conclusione *Della Taglia*: “Dalle cose dette è manifesto etiandio che quanto più facilmente si move il peso, tanto maggiore essere etiandio il tempo; ma quanto più difficilmente, tanto minore essere; et così per lo contrario” (Del Monte 1581, p. 101v; cfr. Del Monte 1577, p. 105v). Dai corollari appena citati emerge il principio compensativo galileiano, cioè la consapevolezza della impossibilità nelle macchine di guadagnare lavoro (Gamba & Montebelli 1988, p. 78). Come nel caso galileiano, Guidobaldo pone forza e tempo in una relazione di proporzionalità inversa, “quanto più agevolmente si move il peso”, cioè quanto più la forza applicata è inferiore al peso da sollevare, tanto il tempo richiesto per tenerlo in equilibrio è maggiore:

$$F : 2p = s : 2t.$$

Questi ultimi passaggi rappresentano il nucleo del saggio e testimoniano la convivenza dei due concetti nell'opera delmontiana. Prima Guidobaldo pone la classica proporzione riconducibile al concetto di lavoro virtuale ($SF : Sp = p : F$) e poi, per spiegare come un peso possa essere mosso con maggiore facilità, fa riferimento alla relazione di compensazione tra tempo e potenza motrice ($F : 2p = s : 2t$). Ha senso pensare a una possibile influenza della meccanica guidobaldiana nelle riflessioni di Galileo sul principio compensativo. Tuttavia, Guidobaldo non conferisce alle sue considerazioni una valenza generale, come farà Galileo, ma le limita ai casi particolari di macchine che sta esaminando. Infatti, il pesarese colloca queste riflessioni soprattutto nell'ambito dei corollari. Secondo Camerota e Helbing non è da escludere che dietro la nozione galileiana di principio compensativo possano esserci le pagine del *De motu tractatus* di Michel Varro (Camerota & Helbing 2000).

6. Conclusione

Il contenuto di alcuni corollari e di alcune proposizioni del *Mechanicorum Liber* può essere posto in correlazione con le nozioni di *lavoro virtuale* e di *principio compensativo*, locuzione che ho preferito a quella di principio conservativo. Dopo aver esaminato il comportamento di un sistema in equilibrio sottoposto a reazioni vincolari, Guidobaldo determina in alcuni corollari o conclusioni finali i rapporti di proporzionalità tra tempo, forza, velocità e spazio, al fine di spiegare come la combinazione delle forze applicate possano incidere o sull'equilibrio della macchina o sulla sua facilità di movimento. Secondo Guidobaldo, data una macchina semplice in una condizione di equilibrio ma sottoposta alla combinazione di velocità, spostamento e forza, le grandezze coinvolte si compensano nel senso che non c'è nessuna acquisizione di forza ma solo trasformazione mediante compensazione. Se il principio dei lavori virtuali può essere definito sulla base dell'idea che in un sistema in equilibrio il lavoro totale di tutte le forze applicate è nullo per qualunque possibile spostamento delle parti del sistema, allora ci pare valida la riflessione secondo cui a fondamento della meccanica di Guidobaldo si possa individuare una convivenza dei due concetti basati rispettivamente sull'equilibrio e sull'idea

conservativa della forza nei processi meccanici. Ci sembra plausibile che nell'opera di Guidobaldo ci sia un collegamento tra le relazioni che si instaurano tra le dette grandezze e il principio di lavoro virtuale, il quale esprime nella forma più generale la condizione per l'equilibrio di una macchina sottoposta a forze agenti e resistenti.

Ringraziamenti

Ringrazio Michele Camerota, Danilo Capecchi, Argante Ciocci, Vincenzo Fano, Enrico Gamba e Gianni Micheli per aver pazientemente letto e commentato le prime bozze di questo saggio.

Bibliografia

- Amaldi, U. & Giorgi, G. (1933). "Lavoro", *Storia della scienza*. Roma: Treccani. Disponibile a: [https://www.treccani.it/enciclopedia/lavoro_res-b4eae516-8bb0-11dc-8e9d-0016357eee51_](https://www.treccani.it/enciclopedia/lavoro_res-b4eae516-8bb0-11dc-8e9d-0016357eee51_(Enciclopedia-Italiana)/) (Enciclopedia Italiana) (accesso: 31 maggio 2024)
- Benvenuto, E. (1991). *An Introduction to the History of Structural Mechanics*. New York: Springer-Verlag.
- Bertoloni Meli, D. (2013). "Guidobaldo, Galileo, and the History of Mechanics", in Becchi, A., Bertoloni Meli, D. & Gamba, E. (eds.) *Guidobaldo del Monte (1545-1607). "Mathematics" and Technics from Urbino to Europe*. Berlin: Max Planck Research Library for the History and Development of Knowledge, Edition Open Access, pp. 105-123.
- Cagliero, G. (2012). "Approfondimento. Il principio dei lavori virtuali", in Cagliero, G. *Meccanica, macchine ed energia*. Bologna: Zanichelli, vol. 1, cap. 17 "Conservazione dell'energia".
- Camerota, M. & Helbing, M.O. (2000). *All'alba della scienza galileiana. Michel Varro e il suo De motu tractatus. Un importante capitolo nella storia della meccanica di fine Cinquecento*. Cagliari: CUEC.
- Capecchi, D. & Drago, A. (2005). *Lagrange e la storia della meccanica*. Bari: Progedit.
- Capecchi, D. (2012). *History of Virtual Work Laws*. Milano: Springer.
- Caverni, C. (1891-1900). *Storia del metodo sperimentale in Italia*. Firenze: Civelli.
- D'Alembert, J.L.R. (1743). *Traité de dynamique*. Paris: J. B. Coignard.
- Del Monte, G. (1577). *Mechanicorum Liber*. Pisauri: Hieronymum Concordiam.
- Del Monte, G. (1581). *Le mecaniche dell'illustriss. sig. Guido Vbaldo de' marchesi Del Monte: tradotte in volgare dal sig. Filippo Pigafetta*. Venetia: appresso Francesco di Franceschi senese.
- Drake, S. (1960). "Introduction", in Drabkin, I.E. & Drake, S. (eds.) *Galileo Galilei. On Motion and on Mechanics*. Madison: University of Wisconsin Press, pp. 135-145.
- Dugas, R. (1955). *A History of Mechanics*. Translated by Maddox, J.R. Switzerland: Editions du Griffon, Neuchatel & Central Book Company, New York.
- Duhem, P. (1905). *Les origines de la statique*. Paris: Hermann.
- Galilei, G. (2002). *Le Mecaniche*. A cura di Gatto, R. Firenze: Olschki.
- Gamba, E. & Montebelli, V. (1988). *Le scienze a Urbino nel tardo Rinascimento*. Urbino: QuattroVenti.
- Gamba, E. (2002). "La scuola matematica urbinata nell'età roveresca", in Cleri, B. et al. (eds.) *I Della Rovere nell'Italia delle corti*, Atti del convegno Urbani, 1999, 4 Vols. Urbino: QuattroVenti, vol. III, pp. 75-91.
- Lagrange, J.L. (1811-1815). *Mécanique analytique. Nouvelle édition revue et augmentée par l'auteur*. (2 vols). Paris: Courcier.
- Micheli, G. (1995). *Le origini del concetto di macchina*. Firenze: Olschki.
- Vailati, G. (1911). "XXI. Il principio dei Lavori Virtuali da Aristotele a Erone d'Alessandria", in Calderoni, M., Ricci, U. & Vacca, G. (eds.) *Scritti di Vailati (1863-1909)*. Leipzig: Johann Ambrosius Barth Verlagsbuchhandlung & Firenze: Successori B. Seeber Librai-Editori.